

教學與測驗中心 2024 年度教師甄試學科能力培訓測驗試題

數學考科

(2024 年 03 月 13 日考試)

請注意：本測驗採用線上作答型式進行。

- ※ 請透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」進入線上試場，考試前請備妥您的應試號碼（隨附於本中心寄發之考試通知內提供）。
- ※ 開始作答前請務必再次確認是否已進入正確的線上試場，並請務必在答題卷上正確填寫您的應試號碼與本試題封面右下角印製之試題代碼。

試題說明：

本測驗共包含 30 題試題，所有試題均為電腦可讀的選擇題型（包含單一選擇題、多重選擇題，共 25 題）與填充題型（共 5 題），作答時請務必詳閱每一大題所提供的試題說明並依指示在線上答題卷進行作答。

本測驗全面採用數位試題本，因此不會提供紙本試題，考生須自行在考試當日透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」下載適用於本次考試之試題（各次考試之試題本會於考試日期前一日晚間開放下載）。

考試說明：

請依照答題卷上的說明進行考生資訊填寫與作答，並請留意務必正確填寫應試號碼、試題代碼並且在作答結束交卷之前再次確認所有作答內容均填寫正確。

在交卷確認畫面上考生將需要再次填寫應試號碼，並且只有在答題卷畫面出現「**答題卷繳交完成，考試結束**」提示訊息時才算正式完成交卷。

本測驗之開放作答期間為**考試日期當日上午六時起至同日結束為止**，請務必預留足夠的作答時間，以免在完成交卷前試場即已關閉而導致無法交卷的情況發生。

試題代碼

SAT2024MA0003

第壹部分：單一選擇題（占 60 分）

第 1 題至第 20 題，每題有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。
各題答對者，得 3 分；答錯、未作答或選答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若坐標平面上三條直線， $L_1 : y=2$ ， $L_2 : x+2y-3=0$ ， $L_3 : ax-2y+3=0$ 相交於同一點，則 $a = ?$
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
2. 甲：「 a 是 2 的倍數，也是 5 的倍數，則 a 一定是 10 的倍數。」
乙：「 a 是 4 的倍數，也是 6 的倍數，則 a 一定是 24 的倍數。」
下列選項何者正確？
(A) 兩人皆正確 (B) 甲正確、乙錯誤 (C) 甲錯誤、乙正確 (D) 兩人皆錯誤。
3. 求 $-9\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \times [\frac{7}{4} - (\frac{3}{8} - \frac{1}{2})]$ 之值為何？
(A) -10 (B) $-\frac{99}{10}$ (C) $-\frac{17}{2}$ (D) $-\frac{43}{5}$ 。
4. 若 $x=a$ ， $y=b$ 是聯立方程式 $\begin{cases} y=2015x \\ 5x-3y=282 \end{cases}$ 的解，則 $x=3a$ ， $y=3b$ 必定也是下列哪一個聯立方程式的解？
(A) $\begin{cases} y=6045x \\ 5x-3y=846 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} y=2015x \\ 5x-3y=282 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} y=2015x \\ 5x-3y=846 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} y=6045x \\ 5x-3y=282 \end{cases}$ 。
5. △若 a 、 b 皆為整數，且 $|ab| = -ab$ ，則下列敘述何者錯誤？
(A) ab 必為負數 (B) $-ab$ 為正數
(C) $\frac{b}{a}$ 必為負數 (D) $a+b$ 必為負數。
6. 若「 \oplus 」是一個對於 1 與 0 的新運算符號，且其運算規則如下： $1 \oplus 1 = 0$ ， $1 \oplus 0 = 1$ ， $0 \oplus 1 = 1$ ， $0 \oplus 0 = 0$ 。則下列四個運算結果哪一個是正確的？
(A) $(1 \oplus 1) \oplus 0 = 1$ (B) $(1 \oplus 0) \oplus 1 = 0$ (C) $(0 \oplus 1) \oplus 1 = 1$ (D) $(1 \oplus 1) \oplus 1 = 0$ 。
7. 有 a 、 b 、 c 三個數，如果 $ab=0$ ， $ac < 0$ ， $a-c > 0$ ，那麼 a 、 b 、 c 三數的大小關係為何？
(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > b > a$ (D) $b > c > a$ 。
8. 若 a 為一正整數，12、18、33、44 四個數中恰有三個為 a 的因數，則這四個數中何者不是 a 的因數？
(A) 12 (B) 18 (C) 33 (D) 44。

9. 下列哪一個直線方程式的圖形與 $x+2y-3=0$ 會出現交點？

- (A) $2x+4y-3=0$ (B) $x+2y+3=0$ (C) $2x=4y+3$ (D) $y=-\frac{1}{2}x+5$ 。

10. 大雄和小叮噹在玩骰子比大小的遊戲，輸的人就幫媽媽去買醬油，他們共玩了十局，若在一局中贏 5 分，就記為 +5，如表為大雄的記分，比賽結果，誰得去幫媽媽買醬油？

- (A) 大雄 (B) 小叮噹 (C) 比賽結果為和局 (D) 無法比較，因為沒有列出小叮噹的得分表。

局次	一	二	三	四	五
得分	+5	-10	-13	+19	-8
局次	六	七	八	九	十
得分	-7	+12	-2	+5	0

11. 在密閉容器裡有某種細菌 1000 隻，以每小時增加 6 % 的速率開始繁殖。如果繁殖速率不變，則 100 個小時後的細菌數量為 90 個小時後細菌數量的多少倍？

- (A) $6\% \times 10$ 倍 (B) $(1+6\%)^{10}$ 倍 (C) $\frac{1}{6\% \times 10}$ 倍

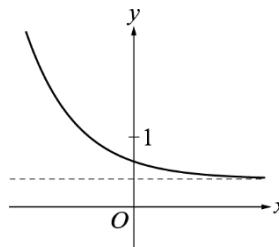
- (D) $\frac{1}{(1+6\%)^{10}}$ 倍 (E) $(1+6\%)^{\frac{100}{90}}$ 倍。

12. 關於 $a=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{7}$ 、 $b=\log_{\frac{1}{2}}7$ 、 $c=\log_{\frac{1}{7}}2$ 、 $d=\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{2}$ 的大小關係，請選出正確的順序。

- (A) $a < b < c < d$ (B) $b < c < d < a$ (C) $c < d < a < b$ (D) $d < a < b < c$ (E) $a < c < b < d$ 。

13. 函數 $y=f(x)=a^{-x+h}-k$ 的部分圖形如圖，則下列選項何者正確？

- (A) $0 < a < 1, h > 0, k > 0$ (B) $0 < a < 1, h < 0, k < 0$ (C) $0 < a < 1, h > 0, k < 0$
(D) $a > 1, h > 0, k > 0$ (E) $a > 1, h < 0, k < 0$ 。



14. 已知 $a=\log 2$, $b=\log 3$, $c=\log 7$ ，則下列哪一個選項的值為 $\log \frac{2}{21}$?

- (A) $a+b+c$ (B) $a-b+c$ (C) $a+b-c$ (D) $a-b-c$ (E) $\frac{a}{b+c}$ 。

15. 已知 $(8.178)^n = 1000$, $(0.08178)^m = 1000$, 則 $\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = ?$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2 (E) 100。

16. $\log_{32} 27 \times \log_{81} 16$ 為何？

- (A) $\log_{32 \times 81} 27 \times 16$ (B) $\log_6 1$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{3}{5}$ 。

17. 數線上五點，依序由左到右為 $A(a), B(b), C(c), D(d), E(e)$, 若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{DE} = 1 : 3 : 1 : 2$, 請選出正確的選項。

- (A) $e = \frac{3d+b}{2}$ (B) $c = \frac{b+e}{2}$ (C) $d = \frac{5a+2e}{7}$ (D) $b = \frac{6a+d}{7}$ (E) $a = 7e$ 。

18. 有一詐騙集團宣稱投資某商品，固定每年的年報酬率為 100%，並以每日複利計算。若投資此商品 1 萬元，經過 10 年後可得到的本利和最接近下列哪個選項？(已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $e \approx 2.7$) (A) 1 千萬 (B) 5 千萬 (C) 1 億 (D) 2 億 (E) 3 億。

19. 若 $100 \leq x \leq 1000$, 且 $\log x^3$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 的尾數相同，則 x 的可能值共有多少個？

- (A) 5 個 (B) 4 個 (C) 3 個 (D) 2 個 (E) 1 個。

20. 某城鎮原有 20000 人，發現從西元 2000 年開始的 x 年內，每年人口剛好比上一年減少 0.1%，試寫出每年人口 $f(x)$ 隨年數變化的函數關係式為何？

- (A) $f(x) = 20000 \times (1 - 0.001x)$
(B) $f(x) = 20000 \times (1 + 0.001x)$
(C) $f(x) = 20000 \times (0.999)^x$
(D) $f(x) = 20000 \times (1.001)^x$
(E) $f(x) = 20000 \times (0.001)^x$ 。

第貳部分：多重選擇題（占 20 分）

第 21 題至第 25 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。
各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 4 分；答錯 1 個選項者，得 2.4 分；答錯 2 個選項者，得 0.8 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

21. 已知 $a > 0$ ，設 $y = f(x) = a^x$ ， $y = g(x) = a^{-x}$ ，關於這兩個函數的圖形，下列哪些選項是正確的？
- (A) 均過 $(0, 1)$
 - (B) 圖形與 x 軸的一端會逐漸接近，但與 x 軸不相交
 - (C) 有兩交點
 - (D) 兩圖形對稱於 y 軸
 - (E) 凸凹均恆向上。
22. 當對數 $\log_a x$ 的底數、真數不滿足特定條件時，我們稱此對數無意義，則下列哪些選項中的對數無意義？
- (A) $\log_7(-12)$
 - (B) $\log_{(-3)}5$
 - (C) $\log_2 \sqrt{5}$
 - (D) $\log_{\sqrt{3}-1}2$
 - (E) $\log_1 6$ 。
23. 下列敘述何者正確？
- (A) 指數函數 $y = a^x$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$ 的圖形必為由左而右上升的曲線（嚴格遞增）
 - (B) $y = 2^x + 2^{-x}$ 的圖對稱於 x 軸
 - (C) 指數函數 $y = a^x$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$ 的圖形必在 x 軸的上方
 - (D) 指數函數 $y = a^x$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$ 的圖形必過點 $(1, 0)$
 - (E) $y = 2^x$ 和 $y = x^2$ 兩圖的交點個數為 3 個。
24. 一種注射藥劑在病人血液中的量須維持在 600 毫克以上，否則病人就會有生命危險。現給某病人注射這種藥劑 2400 毫克，如果藥在血液中以每 2 小時 20 % 的比例衰減，試問下列選項何者正確？
- (A) 注射後 4 小時，此病人血液中的藥量約為 1536 毫克
 - (B) 注射後 4 小時，此病人血液中的藥量約為 1920 毫克
 - (C) 注射後大約經過 6 小時，病人需補打下一劑
 - (D) 注射後大約經過 9 小時，病人需補打下一劑
 - (E) 注射後大約經過 12 小時，病人需補打下一劑。
25. 設 a, b 為實數且 $-1 \leq a \leq 5$ ， $2 \leq b \leq 4$ ，則下列哪些選項正確？
- (A) $1 \leq a+b \leq 8$
 - (B) $-3 \leq a-b \leq 2$
 - (C) $-2 \leq ab \leq 15$
 - (D) $-\frac{1}{2} \leq \frac{a}{b} \leq \frac{5}{2}$
 - (E) $4 \leq a^2 + b^2 \leq 41$ 。

第參部分：填充題（占 20 分）

第 26 題至第 30 題，請將答案根據試題本提供的形式填入答題卷上對應的列號，**未使用的列號請留空或選填「無此欄位」。**

範例 1：依照該題題意計算所得的答案為「28.5」，而試題本上印製的答案格式為 **【A-1 A-2 A-3】** 時，考生應依序在答題卷上的 A-1 列填入「2」，A-2 列填入「8」，A-3 列填入「5」，剩餘的 A-4 列與 A-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

範例 2：依照該題題意計算所得的答案為 $\frac{-2}{3}$ ，而試題本上印製的答案格式為 **【 $\frac{\text{B-1}}{\text{B-3}} \frac{\text{B-2}}{\text{B-3}}$ 】** 時，考生應依序在答題卷上的 B-1 列填入「-」，B-2 列填入「2」，B-3 列填入「3」，剩餘的 B-4 列與 B-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

每題完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

26. 某國中的應屆畢業生介於 400 至 450 人之間，其中錄取高中者占 $\frac{3}{4}$ ，錄取高職者占 $\frac{2}{5}$ ，兩項皆錄取者占 $\frac{1}{6}$ ，則尚有 **【 26-1 】** 人未錄取。

27. 計算 $1+2+(-3)+4+5+(-6)+7+8+(-9)+\dots+19+20+(-21)=$
【 27-1 27-2 】。

28. 兩直線 $y=2$ 及 $y=6$ 與曲線 $y=3^x$ 分別交於 P 、 Q 兩點，則 $\overline{PQ}=?$ **【 $\sqrt{28-1} \sqrt{28-2}$ 】**。

29. 設 n 為正整數，已知 $0 < \frac{n}{104} < 1$ ，若 $\frac{n}{104}$ 為有限小數，則 n 的最大值為 **【 29-1 29-2 】**。

30. 天文學家用視星等 (apparent magnitude)、絕對星等 (absolute magnitude) 來表示星體的亮暗程度，其中視星等是我們在地球上觀測到的亮度，絕對星等則是假想在距離星體 10 秒差距 (約 32.616 光年) 遠的地方所觀測到的視星等。絕對星等 M 與視星等 m 可用如下的公式轉換：

$M=m-5 \log \frac{d}{32.616}$ (d 為觀測的恆星與地球之間的距離，單位為光年)。已知夏天三角形之一的「天津四」，其絕對星等為 -7.2，視星等為 1.25，則天津四到地球的距離為 **【 30-1 30-2 30-3 30-3 30-4 】** 光年。(已知 $10^{1.69} \approx 49$ ，四捨五入至百位)