

教學與測驗中心 2024 年度教師甄試學科能力培訓測驗試題

數學考科

(2024年02月28日考試)

請注意：本測驗採用線上作答型式進行。

- ※ 請透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」進入線上試場，考試前請備妥您的應試號碼（隨附於本中心寄發之考試通知內提供）。
- ※ 開始作答前請務必再次確認是否已進入正確的線上試場，並請務必在答題卷上正確填寫您的應試號碼與本試題封面右下角印製之試題代碼。

試題說明：

本測驗共包含 30 題試題，所有試題均為電腦可讀的選擇題型（包含單一選擇題、多重選擇題，共 25 題）與填充題型（共 5 題），作答時請務必詳閱每一大題所提供的試題說明並依指示在線上答題卷進行作答。

本測驗全面採用數位試題本，因此不會提供紙本試題，考生須自行在考試當日透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」下載適用於本次考試之試題（各次考試之試題本會於考試日期前一日晚間開放下載）。

考試說明：

請依照答題卷上的說明進行考生資訊填寫與作答，並請留意務必正確填寫應試號碼、試題代碼並且在作答結束交卷之前再次確認所有作答內容均填寫正確。

在交卷確認畫面上考生將需要再次填寫應試號碼，並且只有在答題卷畫面出現「**答題卷繳交完成，考試結束**」提示訊息時才算正式完成交卷。

本測驗之開放作答期間為**考試日期當日上午六時起至同日結束為止**，請務必預留足夠的作答時間，以免在完成交卷前試場即已關閉而導致無法交卷的情況發生。

試題代碼

SAT2024MA0002

第壹部分：單一選擇題（占 60 分）

第 1 題至第 20 題，每題有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。

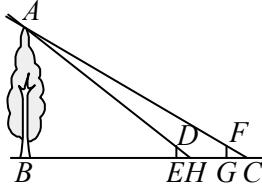
各題答對者，得 3 分；答錯、未作答或選答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知坐標平面上有二次函數 $y = -(x+6)^2 + 5$ 的圖形，函數圖形與 x 軸相交於 $(a, 0)、(b, 0)$ 兩點，其中 $a < b$ 。今將此函數圖形往上平移，平移後函數圖形與 x 軸相交於 $(c, 0)、(d, 0)$ 兩點，其中 $c < d$ ，判斷下列敘述何者正確？

- (A) $(a+b) = (c+d)$, $(b-a) < (d-c)$
(B) $(a+b) = (c+d)$, $(b-a) > (d-c)$
(C) $(a+b) < (c+d)$, $(b-a) < (d-c)$
(D) $(a+b) < (c+d)$, $(b-a) > (d-c)$

2. 如圖，明章想利用相似三角形的原理來測量大樹的高 \overline{AB} ，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$, $\overline{DE} = \overline{FG} = 1.6$ 公尺， $\overline{EG} = 10$ 公尺， $\overline{EH} = 2$ 公尺， $\overline{GC} = 3$ 公尺，則 $\overline{AB} + \overline{BE}$ 為多少公尺？

- (A) 36.5 (B) 37.2 (C) 37.6 (D) 38.4



3. 有下列何者為 $\frac{5x}{2} - \frac{2x+1}{3} \geq 4x-1$ 的解？

- (A) $x \leq \frac{4}{13}$ (B) $x \geq \frac{13}{4}$ (C) $x \leq \frac{5}{2}$ (D) $x \geq \frac{2}{5}$

4. $12(a+b) = 8(b+c) = 15(c+a)$ ，依 $a:b:c$ 將 2112 分成三份，則 $b = ?$

- (A) 1077 (B) 1088 (C) 1066 (D) 1055

5. $\triangle ABC$ 中，已知 D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，則滿足下列哪一個條件時， \overline{DE} 不一定平行 \overline{BC} ？

- (A) $\overline{AD} = 3$, $\overline{DB} = 4$, $\overline{AE} = 6$, $\overline{EC} = 8$

- (B) $\overline{AD} = 4$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{AE} = 8$, $\overline{AC} = 18$

- (C) $\overline{AB} = 10$, $\overline{DB} = 5$, $\overline{AC} = 20$, $\overline{EC} = 10$

- (D) $\overline{AD} = 3$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{DE} = 1$, $\overline{BC} = 2$

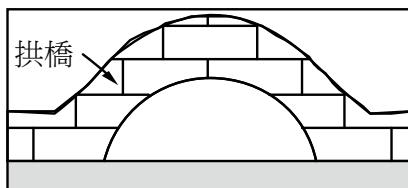
6. 將分數 $\frac{7}{111}$ 化成小數，得到 $\frac{7}{111}=0.063063063\dots$ 。若將小數點以後的數字，依序排成數列：0, 6, 3, 0, 6, 3, ……，則此數列的第 200 項為何？
(A)0 (B)6 (C)7 (D)3
7. 因式分解 $(2x^2 - 3y^2)^2 - x^2y^2$ ，可以得到下列哪一個結果？
(A) $(x-3y)(x+3y)(2x-y)(2x+y)$
(B) $(x+y)^2(2x+3y)^2$
(C) $(x-y)(x+y)(2x-3y)(2x+3y)$
(D) $(x-y)^2(2x-3y)^2$
8. 等差級數 $1.1 + 2.2 + 3.3 + \dots$ 加到第 n 項的總和為 132，則 $n = ?$
(A)15 (B)16 (C)18 (D)20
9. 利用乘法公式將 $16x^2 - 40x + 25$ 分解成 $(ax+b)^2$ 的形式，且 $a > b$ ，則 $a-b$ 的值為何？
(A)-1 (B)1 (C)-9 (D)9
10. 一等差級數 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$ 之和等於 0，且 $a_1 > a_9$ ，請問下列敘述何者錯誤？
(A) $a_1 + a_9 = 0$ (B) $a_2 + a_8 = 0$ (C) $a_5 = 0$ (D) $a_3 < a_7$
11. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛八個人由左而右依序坐成一列。甲說：「我今年 13 歲」，辛說：「我今年 41 歲」，乙、丙、丁、戊、己、庚六個人皆異口同聲的說：「坐在我左右的兩個人年齡相加為我的年齡的兩倍。」請問戊今年幾歲？
(A)25 (B)29 (C)33 (D)37
12. $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，且 $\angle A > \angle B > \angle C$ ，則下列敘述何者必成立？
(A) $\angle B > 60^\circ$ (B) $\angle C < 30^\circ$ (C) $\angle B < 60^\circ$ (D) $\angle C < 45^\circ$
13. 三角形中，任兩內角之和大於第三內角，則此三角形必為哪一種三角形？
(A)銳角三角形 (B)直角三角形 (C)鈍角三角形 (D)以上皆有可能
14. 計算 $|\frac{1}{9} - \frac{1}{7}| + |\frac{1}{7} - \frac{1}{5}| + |\frac{1}{5} - \frac{1}{3}| + |\frac{1}{3} - 1| = ?$
(A)1 (B)0 (C)-1 (D) $\frac{8}{9}$
15. 已知 A 是整數，且 $A^{123} = A^{234}$ ，則符合條件的 A 值有多少個？
(A)1 (B)2 (C)5 (D)0

16. 下列敘述何者正確？

- (A) 同號的兩整數相乘，它們的乘積為負整數
- (B) 異號的兩整數相乘，它們的乘積為正整數
- (C) 任意整數與零的乘積都是零
- (D) 零與負整數的乘積為負整數，零與正整數的乘積為正整數

17. 下圖為一拱橋的側面圖，其拱橋下緣呈一弧形，若洞頂為橋洞的最高點，且知當洞頂至水面距離為 90 公分時，量得洞內水面寬為 240 公分。後因久旱不雨，水面位置下降，使得拱橋下緣呈現半圓，這時，橋洞內的水面寬度變為多少公分？

- (A) 240
- (B) 250
- (C) 260
- (D) 270



18. 在算式 $21 - \left(-\frac{50}{87} \square 24 \right)^2$ 的 \square 中，填入下列哪一個運算符號，可使計算出來的值是最小的？

- (A) +
- (B) -
- (C) ×
- (D) ÷

19. 若 a 、 b 、 c 為三個相異正整數，則下列各敘述何者錯誤？

- (A) a 必為 a 的因數
- (B) a 必為 a 的倍數
- (C) 若 a 為 b 的因數，且 b 為 c 的因數，則 a 為 c 的因數
- (D) 若 a 為 b 的因數，則 b 必為 a 的因數

20. 工人做工一天工資是 2000 元，若夜間加班趕工，可再增加 500 元的加班費，今有一工人做了 24 天，共領到 57500 元，請問該名工人有多少天夜間加班？

- (A) 19 天
- (B) 20 天
- (C) 21 天
- (D) 22 天

第貳部分：多重選擇題（占 20 分）

第 21 題至第 25 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。

各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 4 分；答錯 1 個選項者，得 2.4 分；答錯 2 個選項者，得 0.8 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

21. 已知 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 1 = (x+1)^3 + p(x+1) + k$ ，則下列選項哪些是正確的？

- (A) $p = -2$
- (B) 函數 $f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, -2)$
- (C) x 越大則 $f(x)$ 值也越大
- (D) 函數 $f(x)$ 圖形的廣域特徵近似於曲線 $y = x^3$
- (E) $f(x)$ 在 $x=0$ 附近的一次近似為 $y = -2x$ 。

22. 設方程式 $x^3 + 3x^2 + (2m-1)x - 3n = 0$ 之三根成等差， $x^3 + (2n-7)x^2 + mx - 8 = 0$ 之三根成等比，請選出正確的敘述。

- (A) $m = -6$
- (B) $n = 5$
- (C) $x^3 + 3x^2 + mx + (n-4) = 0$ 之三根中最大者為 -1
- (D) $x^3 + 3nx^2 + (3m-3)x - 8 = 0$ 之三根中最大者為 2
- (E) $x^3 + (2n-7)x^2 + mx - 8 = 0$ 之三根成等比，公比可能為 $\frac{1}{2}$ 。

23. 已知 $a = 6$ 、 $b = \frac{20}{3}$ 、 $c = 2\sqrt{10}$ 和 d ，且 d 為有理數，將這四個數標註在數線上，即 $A(a)$ 、 B

- (b)、C(c) 和 D(d)。試選出正確的選項。
- (A) $a+b+c+d$ 必為一個有理數
 - (B) $abcd$ 必為一個無理數
 - (C) 點 D 有可能與點 C 的距離等於 $2\sqrt{10} + 6$
 - (D) 點 A 和點 B 的中點位在點 C 的右邊
 - (E) 數線上和點 B 距離小於 8 的所有點中，正整數有 14 個，負整數有 1 個

24. 附設 a 、 b 、 c 為實數，且 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ， $\log 7 = c$ ，則下列哪些選項正確？

- (A) $\log 4 = a^2$
- (B) $\log 6 = axb$
- (C) $\log 14 = a + c$
- (D) $\log 70 = 10c$
- (E) $\log 420000 = a + b + c + 4$

25. 大雄老師讓同學練習計算三次多項式 $f(x)$ 除以一次多項式 $g(x)$ 的餘式。已知 $f(x)$ 的三次項係數為 3，一次項係數為 2， $g(x)$ 的一次項係數為 1。小明在計算時把 $f(x)$ 的三次項係數錯看成 2 (其他係數沒看錯)，小華在計算時把 $f(x)$ 的一次項係數錯看成 -2 (其他係數沒看錯)。而小明和小華算出來的餘式剛好一樣，試問 $g(x)$ 可能等於以下哪些一次式？
- (A) x (B) $x-1$ (C) $x-2$ (D) $x+1$ (E) $x+2$ 。

第參部分：填充題（占 20 分）

第 26 題至第 30 題，請將答案根據試題本提供的形式填入答題卷上對應的列號，**未使用的列號請留空或選填「無此欄位」。**

範例 1：依照該題題意計算所得的答案為「28.5」，而試題本上印製的答案格式為 **【A-1 A-2 A-3】** 時，考生應依序在答題卷上的 A-1 列填入「2」，A-2 列填入「8」，A-3 列填入「5」，剩餘的 A-4 列與 A-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

範例 2：依照該題題意計算所得的答案為 $\frac{-2}{3}$ ，而試題本上印製的答案格式為 **【 $\frac{\text{B-1}}{\text{B-3}} \frac{\text{B-2}}{\text{B-3}}$ 】** 時，考生應依序在答題卷上的 B-1 列填入「-」，B-2 列填入「2」，B-3 列填入「3」，剩餘的 B-4 列與 B-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

每題完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

26. 某班有學生 42 人，喜歡打籃球的有 25 人，喜歡打排球的有 23 人，喜歡打桌球的 26 人，喜歡打籃球且喜歡打排球的有 19 人，喜歡打排球且喜歡打桌球的有 20 人，喜歡打桌球且喜歡打籃球的有 22 人，三種球都喜歡打的有 17 人，請問三種球都不喜歡打的有 **【 26-1 26-2 】** 人
27. 高鐵一共有 15 節車廂，若要選擇其中 3 節設置行動裝置的充電器，但這 3 節車廂任兩節車廂至少須間隔 2 個車廂 (含 2 個)，則一共有 **【 27-1 27-2 27-3 】** 種選擇方法。
28. 坐標平面上四點 P 、 $A(2, 2)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(4, -2)$ ，若 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}$ ，則點 P 的坐標為 **【 (28-1 28-2, 28-3 28-4 28-5) 】**
29. 碳 14 是碳元素的一種同位素，半衰期約為 5700 年。通常生物體內的碳 14 含量與大氣相同，但生命停止後就開始衰減，因此科學家檢測古生物的碳 14 相對於正常含量的比例，就可以推算出此古生物的年代。假設現有一人類學家挖出一個人類的頭蓋骨，其碳 14 含量相為正常含量的三分之一，則可以推算出其年代距今約為 **【 29-1 29-2 29-3 29-4 】** 年前 (四捨五入至千位，已知 $\log_2 3 \approx 1.585$)
30. 試求 $|x-1| + |x-2| + |x-3| + \dots + |x-20|$ 的最小值為 = **【 30-1 30-2 30-3 】**