

教學與測驗中心 2024 年度教師甄試學科能力培訓測驗試題

數學考科

(2024 年 02 月 21 日考試)

請注意：本測驗採用線上作答型式進行。

- ※ 請透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」進入線上試場，考試前請備妥您的應試號碼（隨附於本中心寄發之考試通知內提供）。
- ※ 開始作答前請務必再次確認是否已進入正確的線上試場，並請務必在答題卷上正確填寫您的應試號碼與本試題封面右下角印製之試題代碼。

試題說明：

本測驗共包含 30 題試題，所有試題均為電腦可讀的選擇題型（包含單一選擇題、多重選擇題，共 25 題）與填充題型（共 5 題），作答時請務必詳閱每一大題所提供的試題說明並依指示在線上答題卷進行作答。

本測驗全面採用數位試題本，因此不會提供紙本試題，考生須自行在考試當日透過本中心官方網站首頁上的「線上試場入口」下載適用於本次考試之試題（各次考試之試題本會於考試日期前一日晚間開放下載）。

考試說明：

請依照答題卷上的說明進行考生資訊填寫與作答，並請留意務必正確填寫應試號碼、試題代碼並且在作答結束交卷之前再次確認所有作答內容均填寫正確。

在交卷確認畫面上考生將需要再次填寫應試號碼，並且只有在答題卷畫面出現「**答題卷繳交完成，考試結束**」提示訊息時才算正式完成交卷。

本測驗之開放作答期間為**考試日期當日上午六時起至同日結束為止**，請務必預留足夠的作答時間，以免在完成交卷前試場即已關閉而導致無法交卷的情況發生。

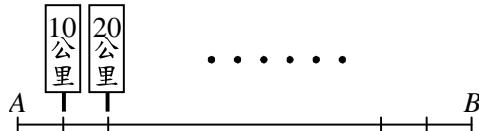
試題代碼

SAT2024MA0001

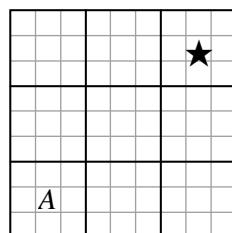
第壹部分：單一選擇題（占 60 分）

第 1 題至第 20 題，每題有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。
各題答對者，得 3 分；答錯、未作答或選答多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 某次段考數學，小俊考了 78 分，小惠考了 x 分，已知小惠的分數不比小俊差，則依題意下列哪個不等式合乎題意？
(A) $x > 78$ (B) $x < 78$ (C) $x \geq 78$ (D) $x \leq 78$
2. 下列 x 與 y 的關係式中，何者的 x 與 y 成正比？
(A) $x : 2 = y : 5$ (B) $x : 3 = (-1) : y$ (C) $xy = 40$ (D) $y = x + 7$
3. 有關二元一次方程式 $2x - 5y = 10$ 的敘述，下列哪一個正確？
(A) 圖形與 x 軸相交於 $(0, -2)$
(B) 圖形與 y 軸相交於 $(5, 0)$
(C) 圖形不通過第四象限
(D) 圖形與兩坐標軸所圍出的三角形面積為 5
4. 如果胖胖生日的月和日的 3 倍相加是 84，而日和月的 5 倍相加是 56，則胖胖的生日是何時？
(A) 12 月 24 日 (B) 10 月 6 日 (C) 9 月 25 日 (D) 6 月 26 日
5. 有一以 A、B 兩地為端點的直線道路，其路邊每隔 10 公里便設置一個告示牌，告示牌上標示了該告示牌位置與 A 地之間的距離，如下圖所示。今有一輛車在此道路上從 A 地往 B 地行駛，且行駛過程中，該車的速率均介於每小時 92 到 98 公里之間。若該車於 9:00 時遇到標示 30 公里的告示牌，11:00 時遇到另一個告示牌，則此告示牌上標示的距離為何？
(A) 190 公里 (B) 200 公里 (C) 210 公里 (D) 220 公里



6. 在下圖的九宮格中，直線所區隔的兩相鄰方塊中的圖形均為線對稱圖形，若 A 代表的數是 6，那麼★所代表的數(或符號)為下列哪一個？
(A) ϱ (B) 6 (C) δ (D) 9



7. 若函數 $y = (k^2 - 9)x^2 + 3x + k - 3$ 的圖形通過原點，則在 $x = -2$ 時，函數值 $y = ?$
(A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -7

8. 若某等比數列共有五項，首項為 1，末項為 0.0625，則此等比數列的公比可能為何？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{5}$ (D) 5

9. 等差級數的前 n 項和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，若 $S_{10} = S_{15}$ ，則下列何者正確？

- (A) $a_5 = 0$ (B) $a_{10} = 0$ (C) $a_{13} = 0$ (D) $a_{25} = 0$

10. 利用尺規作圖完成一已知 $\angle A$ 的角平分線，其作圖步驟如下：

- (1) 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B、C 兩點
(2) 分別以 B、C 兩點為圓心，AB 的一半長為半徑畫弧，設兩弧交於 P 點
(3) 連接直線 AP，則直線 AP 即為所求

請問哪一個步驟有誤？

- (A) 第 1 步驟 (B) 第 2 步驟 (C) 第 3 步驟 (D) 完全正確

11. 已知 m 、 n 為方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根， $m + n = -\frac{1}{2}$ ， $mn = -\frac{9}{2}$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $a = -2$ (B) $b = 1$ (C) $a + b = 4$ (D) $a - b = 5$

12. 下列何者是 $xy^2 + 2xy - 3x - y + 1$ 的因式？

- (A) $xy - 3x + 1$ (B) $xy + 3x - 1$ (C) $xy + 2y + 1$ (D) $xy - 2y - 1$

13. 下列利用乘法公式因式分解 $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$ 的過程中，哪一個步驟開始發生錯誤？

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$$

步驟一： $9x^2 + 12x + 4$

步驟二： $(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2$

步驟三： $(3x + 2)^2$

- (A) 步驟一 (B) 步驟二 (C) 步驟三 (D) 過程完全正確

14. 已知多項式 $(x+7)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 5，多項式 $2(x+7)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 10，多項式 $(x+7) + 3$ 除以 $x+2$ 的餘式為 8；若多項式 A 除以 $x+2$ 的餘式為 -3 ，試根據上列規則，求出多項式 $4A + 5$ 除以 $x+2$ 的餘式是下列何者？

- (A) -12 (B) -7 (C) -3 (D) 5

15. 甲、乙、丙三人計算 $(ax^2 + bx + c) - (-2x^2 + x - 5)$ ，甲得 $5x^2 + 7x$ ，乙得 $2x^2 + 5x + 10$ ，丙得 $x^2 + 3x + 6$ ，老師說甲只做對平方項，乙只做對常數項，丙只做對一次項，請問下列何者正確？

- (A) $a = 3$ (B) $b = 5$ (C) $c = 4$ (D) $a \times b \times c = 30$

16. 請問 $(2^9 - 1)$ 的質因數有哪些？

- (A) 3、7 (B) 11、13 (C) 7、73 (D) 11、73

17. 若 $10^8 \times 10^7 \times 10^{15} = 10^n$ ，則 $n = ?$

- (A) $8 + 7 + 15$ (B) $8 \times 7 \times 15$ (C) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{15}$ (D) $8 \div 7 \div 15$

18. 下面哪一個選項的運算結果與「 $899 \times (-58)$ 」的值相同？

- (A) $899 \times 60 - 899 \times 2$
(B) $899 \times 50 - 899 \times 8$
(C) $900 \times (-58) - 1 \times (-58)$
(D) $900 \times (-58) + 1 \times (-58)$

19. 下列選項中所表示的數，哪一個與 252 的最大公因數為 42？

- (A) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$
(B) $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$
(C) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$
(D) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

20. 下圖為一平面圖。若以學校為原點作一坐標平面，其中學校到游泳池的方向為 x 軸的正向，學校到新生大樓的方向為 y 軸的負向，則圖書館在此平面的第幾象限？

- (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四



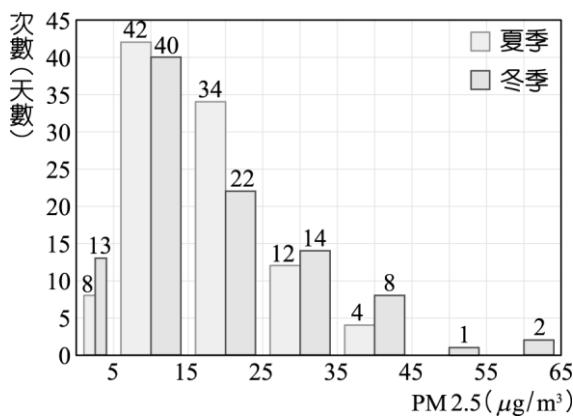
第貳部分：多重選擇題（占 20 分）

第 21 題至第 25 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。
各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 4 分；答錯 1 個選項者，得 2.4 分；答錯 2 個選項者，得 0.8 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

21. 在數線上，甲從點 -8 開始做等速運動，同時乙也從點 10 開始做等速運動，乙移動的速率是甲的 a 倍，且 $a > 1$ 。試選出正確的選項：
- (A) 若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇
 - (B) 若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇
 - (C) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點 0
 - (D) 若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大
 - (E) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點 -2 相遇，則 $a = 2$
22. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列，下列選項何者正確？
- (A) 甲乙相鄰排列方法數為 120 種
 - (B) 丙丁不相鄰排列方法數為 480 種
 - (C) 甲排在乙的左方，乙排在丙的左方（不一定相鄰）排列方法數為 240 種
 - (D) 甲排首方法數為 120 種
 - (E) 甲不排首且乙不排尾排列方法數為 480 種。
23. 設 $a < b < c$ 。已知實係數多項式函數 $y=f(x)$ 的圖形為一開口向上的拋物線，且與 x 軸交於 $(a, 0)、(b, 0)$ 兩點；實係數多項式函數 $y=g(x)$ 的圖形亦為一開口向上的拋物線，且跟 x 軸相交於 $(b, 0)、(c, 0)$ 兩點。請選出 $y=f(x) + g(x)$ 的圖形可能的選項。
- (A) 水平直線
 - (B) 和 x 軸僅交於一點的直線
 - (C) 和 x 軸無交點的拋物線
 - (D) 和 x 軸僅交於一點的拋物線
 - (E) 和 x 軸交於兩點的拋物線。

24. 附圖為甲地區 2018 年冬夏兩季各 100 天 PM2.5 的濃度直方圖。試選出正確的選項。

- (A) 夏季 PM2.5 濃度高於 $25 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 低於 20 天
- (B) 冬季 PM2.5 濃度的第 40 百分位數 (P_{40}) 在 $5 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 與 $15 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 之間
- (C) 冬季 PM2.5 濃度的全距大於夏季 PM2.5 濃度的全距
- (D) 冬季 PM2.5 濃度的標準差大於夏季 PM2.5 濃度的標準差
- (E) PM2.5 濃度高於 $35 (\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 對敏感體質的人不健康，在這 200 天裡，甲地區對敏感體質族群有害之天數，所占之百分比小於 10% 。



25. 有一射擊遊戲，將發射臺設置於坐標平面的原點，並放置三個半徑為 1 的圓盤靶子，其圓心分別為 $(2, 2)$ 、 $(4, 6)$ 與 $(8, 1)$ 。玩家選定一正數 a ，並按下按鈕後，發射臺將向點 $(1, a)$ 方向發射一道雷射光束（形成一射線）。假設雷射光束擊中靶子後可以穿透並繼續沿原方向前進（削過圓盤邊緣也視為擊中）。試選出正確的選項。

- (A) 雷射光束落在通過原點且斜率為 a 的直線上
- (B) 若 $a = \frac{3}{2}$ ，則雷射光束會擊中圓心為 $(4, 6)$ 的圓盤靶子
- (C) 玩家可以僅發射一道雷射光束就擊中三個圓盤靶子
- (D) 玩家至少需要發射三道雷射光束才可擊中三個圓盤靶子
- (E) 玩家發射一道雷射光束後，若擊中圓心為 $(8, 1)$ 的圓盤靶子，則 $a \leq \frac{16}{63}$ 。

第參部分：填充題（占 20 分）

第 26 題至第 30 題，請將答案根據試題本提供的形式填入答題卷上對應的列號，**未使用的列號請留空或選填「無此欄位」。**

範例 1：依照該題題意計算所得的答案為「28.5」，而試題本上印製的答案格式為 **【A-1 A-2 A-3】** 時，考生應依序在答題卷上的 A-1 列填入「2」，A-2 列填入「8」，A-3 列填入「5」，剩餘的 A-4 列與 A-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

範例 2：依照該題題意計算所得的答案為 $\frac{-2}{3}$ ，而試題本上印製的答案格式為 **【 $\frac{\text{B-1 B-2}}{\text{B-3}}$ 】** 時，考生應依序在答題卷上的 B-1 列填入「-」，B-2 列填入「2」，B-3 列填入「3」，剩餘的 B-4 列與 B-5 列則留空或是填選「無此欄位」。

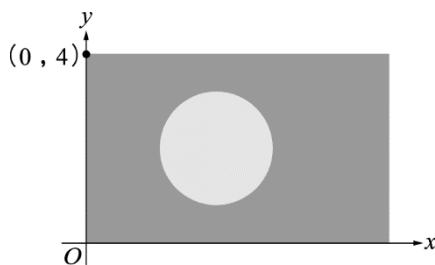
每題完全答對給 4 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

26. 帛琉共和國的國旗是以淺藍色為底色，中間偏左處有一黃色的滿月。以下為帛琉政府網站對國旗的說明：

The flag of the Republic is a golden-yellow full moon slightly off-centered on a field of sky-blue. The width of the flag bears the ratio to its length of 1.0 to 1.6. The diameter of the moon bears the ratio to the width of the flag of 0.6 to 1.0. The distance from the side of the flag nearest the mast or staff to the center of the moon bears the ratio to the width of 0.7 to 1.0. The distances from the top and bottom of the flag to the center of the moon are equal.

其大略的意思為：共和國國旗是一個金黃色的滿月，略微偏離天藍色區域的中心。旗幟的寬度與其長度的比為 1.0 : 1.6。月亮的直徑與旗幟寬度的比為 0.6 : 1.0。從旗幟最靠近桅杆或旗桿的一側到滿月中心的距離與寬度的比例為 0.7 : 1.0。從旗幟的頂部和底部到滿月中心的距離是相等的。

若將帛琉共和國的國旗攤平放在平面坐標上，如圖，則圓（滿月）的方程式為
【 $(x - \boxed{26-1} \cdot \boxed{26-2})^2 + (y - \boxed{26-3})^2 = 1.44$ 】



27. 已知 $\sqrt{16 + \sqrt{252}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 $2a + b - \frac{3}{b} = \boxed{27-1}$

28. 若將 $(x^2 - 3y^3)^8$ 展開後作同類項的合併化簡，則 $x^{10}y^9$ 項的係數為

【 28-1 28-2 28-3 28-4 28-5 】

29. 若 $\log 3 = b$ ，求 $100^b - 10^{1-b} =$ 【 29-1 29-2
29-3 】

30. 學生 100 人，愛好音樂者有 53 人，愛好體育者有 72 人，兩者都愛者有 x 人，若 x 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M - m =$ 【 30-1 30-2 】